

فصل ۹

طراحی اجزاء تحت پیچش

طراحی کاربردی سازه‌های فولادی (جلد دوم) - محسن گرامی

مطالب فصل:	
پیشگفتار	۹-۱
اثر پیچش بر اعضای سازه	۹-۲
پیچش خالص	۹-۳
پیچش تابیدگی	۹-۴
تحلیل پیچش	۹-۵
تکیهگاه پیچشی مفصلی و تکیهگاه پیچشی صلب	۹-۶
لنگر خمشی M_{uf} ناشی از لنگر پیچشی T_u	۹-۷
محاسبه ضریب β	۹-۸
تحلیل تیر تحت لنگر پیچشی	۹-۹
طراحی تیر برای لنگر پیچشی	۹-۱۰
تمرین‌های فصل نهم	۹-۱۱

ویرایش بهمن ۱۴۰۳

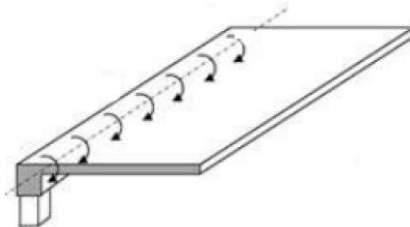
۹-۱ پیشگفتار

در طراحی اعضای سازه در بعضی موارد اعضا تحت اثر لنگر پیچشی قرار دارند و لازم است که پیش‌بینی مقتضی جهت کنترل آن‌ها انجام گیرد. لنگر پیچشی به اعضای سازه‌هایی نظیر پل‌ها و ساختمان‌های معمولی به صورت مستقیم وارد نمی‌شود و معمولاً در اثر بارهای خارج از مرکز در اعضای این‌گونه سازه‌ها پدید می‌آید. هر چند لنگر پیچشی در بسیاری از موارد تنها بار وارده بر اعضای ساختمان‌های معمولی و پل‌ها نیست، ولی چنانچه تنش‌های حاصل از آن به خوبی شناسایی و کنترل نشوند، ممکن است باعث بروز خرابی در اینگونه سازه‌ها شوند.

چنانچه خوانندگان تا حدی با مبحث پیچش در درس مقاومت مصالح آشنا شده‌اند، تحلیل پیچش در سرفصل‌های پیچش در مقاطع توپر، مقاطع جدارنازک‌باز و مقاطع جدارنازک‌بسته قابل بررسی است. به دلیل کاربرد مقاطع I شکل در ساختمان، در این فصل روش تحلیل ساده اعضای I شکل تحت پیچش ارائه و مرور می‌شود. برای اطلاع از روابط محاسباتی کامل مقاطع مختلف، به مراجع مقاومت مصالح و تحلیل سازه مراجعه شود.

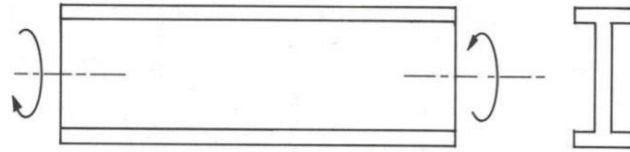
۹-۲ اثر پیچش بر اعضای سازه

در ساختمان، انواع بار ثقلی و جانبی وجود دارد که می‌توانند در اعضای سازه، ایجاد پیچش بنمایند. تیرهای تکیه‌گاه سقف طره‌ای، نمونه بارز ایجاد پیچش در تیر هستند. بار پیچشی ایجاد شده در تیر، از نوع گسترده بوده که در طول عضو بر آن اعمال می‌شود.



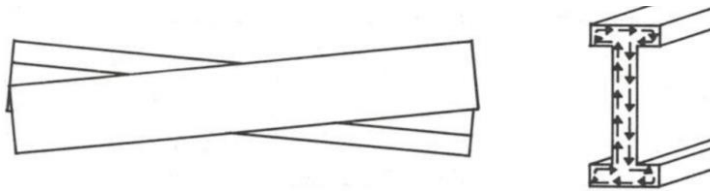
شکل ۹-۱ بار پیچشی گسترده خطی

هنگامی که مقطع عضو تحت اثر لنگر پیچشی قرار گیرد، اثر بار اعمال شده هم در چرخش مقطع و هم در تغییرشکل اجزاء (در طول عضو) قابل مشاهده است. چنانچه عضو تحت لنگر پیچشی تاب نخورد و یا در صورت ایجاد تابیدگی از آن جلوگیری به عمل نیاید، در مقطع فقط تنش‌های برشی به وجود می‌آید. به این وضعیت «پیچش خالص» گفته می‌شود. چنانچه مقطع عضو دایره نباشد، پیچش باعث ایجاد تغییرشکل در خارج از صفحه مقطع نیز می‌گردد. به این وضعیت «تابیدگی» یا اعوجاج گفته می‌شود. به عنوان مثال مقطع I شکل زیر تحت لنگر پیچشی متمرکز در دو انتهای خود قرار گرفته است.



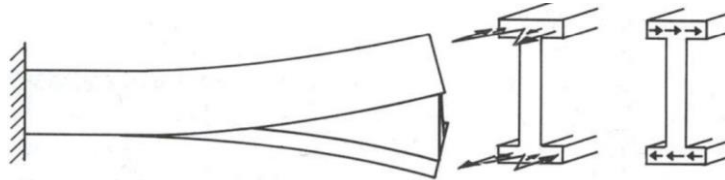
شکل ۲-۹ مقطع I شکل تحت لنگر پیچشی

چنانچه از تابیدگی عضو جلوگیری نشود، تغییرشکل و تنش‌های ایجاد شده در مقطع مطابق شکل زیر خواهند بود. در این وضعیت، عضو تحت پیچش خالص قرار دارد.



شکل ۳-۹ پیچش خالص

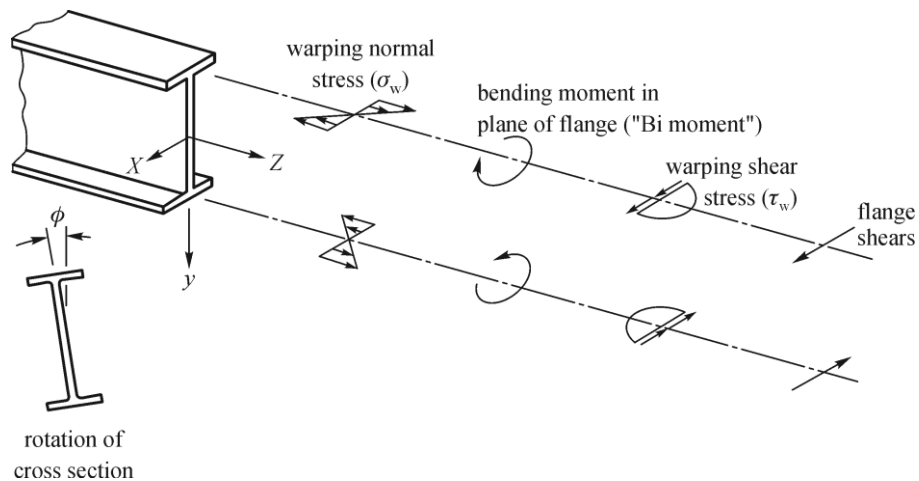
چنانچه از تابیدگی عضو در یک انتها جلوگیری شود، تغییرشکل و تنش‌های ایجاد شده در مقطع مطابق شکل زیر خواهند بود. در این وضعیت، عضو تحت پیچش تابیدگی و پیچش خالص قرار دارد.



شکل ۴-۹ پیچش خالص و پیچش تابیدگی

اغلب اعضاء سازه‌های فولادی در مقابل پدیده تابیدگی یا اعوجاج آزاد نیستند. شرایط فیزیکی و مرزی این اعضا به‌گونه‌ای است که شرایط مطلوب برای حرکت آزادانه در راستای محور عضو را تأمین نمی‌کند. این گونه اعضا تحت پیچش مقید شده هستند و برای تحلیل پیچش در آنها نیاز به توسعه روابط محاسباتی خواهد بود.

اثر پیچش اعمال شده بر عضو، در دو وضعیت پیچش خالص و پیچش تابیدگی قابل بررسی است. باتوجه به تغییرشکل خمشی بال‌های عضو، مقداری از لنگر پیچشی صرف پیچش خالص شده و مقداری صرف اعوجاج یا تاب خوردگی مقطع می‌گردد. لنگر پیچشی تابیدگی توسط خمش بال‌ها تحمل می‌گردد و لنگر پیچش خالص توسط پیچش بال‌ها و جان تحمل می‌گردد. در شکل ۵-۹ تنش‌های ناشی از پیچش خالص و پیچش تابیدگی نشان داده شده است.



شکل ۹-۵ تجزیه تنش‌های لنگر پیچشی

نکته:

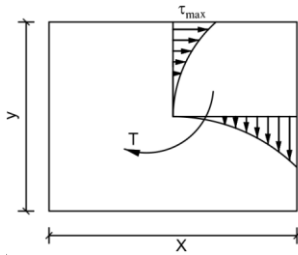
در اجرای تیرهای با مقطع دو پروفیل (مقطع دابل) در سقف، روش متداول ساخت مقطع، اتصال دو پروفیل با جوش است. در این صورت در محاسبه پیچش ناشی از بار تیرچه‌های دهانه‌های مجاور به تیر با مقطع دابل، نقطه اثر بار تیرچه‌ها تا مرکز مقطع تیر دارای خروج از مرکزیت است. چنانچه دو مقطع بدون اتصال به یکدیگر اجرا شوند، نقطه اثر بار تیرچه‌ها بر جان هر یک از مقاطع تک منطبق بوده که پیچش ایجاد شده، ناچیز و قابل صرف‌نظر می‌باشد. تفاوت دیگری در کنترل کمانش پیچشی جانبی این دو روش وجود دارد که در فصل خمش به آن اشاره شده است.

۹-۳ پیچش خالص

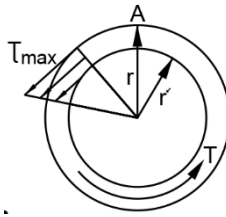
هنگامی که عضوی با مقطع مدور تحت لنگر پیچشی قرار می‌گیرد، مقاطع عمود بر محور عضو پس از اعمال پیچش، صفحه و عمود باقی می‌مانند. به عبارت دیگر در اثر لنگر پیچشی، تمام مقاطع مسطح و اعوجاج نیافته باقی می‌مانند. هرچند هر یک از مقاطع عضو با اندازه‌ای متفاوت می‌چرخند ولی هر مقطع به صورت صفحه صلبی دوران می‌کند. چنانچه بر اثر بار پیچشی، صفحه مقطع عضو به صورت صفحه باقی بماند و عضو فقط دوران نماید، وضعیت پیچش خالص ایجاد شده است.

تنش‌های برشی با فاصله از مرکز برش توسعه می‌یابند. در شکل ۹-۶ چگونگی توزیع تنش در مقطع مدور تو پر و تو خالی نشان

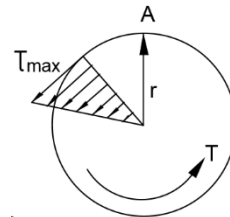
داده شده است.



ج) پیچش مقطع توپر مربع مستطیل



ب) مقطع توخالی



الف) مقطع توپر

شکل ۹-۶ توزیع تنش در مقطع مدور توپر و توخالی

در مقطع دایره‌ای توپر، تنش برشی در نقطه‌ای مانند A به فاصله r از مرکز دایره به صورت زیر است:

$$\tau_{\max} = \frac{Tr}{J} \quad ۱-۹$$

T	لنگر پیچشی اعمال شده به مقطع
r	فاصله از مرکز تا دورترین تار
J	ثابت پیچشی مقطع

ثابت پیچشی مقطع برای مقاطع دایره‌ای از رابطه $J = \frac{\pi}{2}(r^4 - r'^4)$ قابل محاسبه است که در آن، شعاع خارجی و شعاع داخلی است. در مقاطع توپر، شعاع داخلی صفر بوده و رابطه فوق معتبر است. برای دو مقطع به فاصله L از یکدیگر، مقدار زاویه پیچش نسبی عبارت است از:

$$\varphi = \frac{TL}{GJ} \quad ۲-۹$$

G	مدول الاستیسیته برشی با مقدار $G = 7.8 \times 10^5 \frac{kg}{cm^2}$
φ	زاویه پیچشی نسبی بر حسب رادیان.
L	طول عضو

برای پیچش مقاطع مربع مستطیل با بعد بزرگتر X و بعد کوچکتر Y تنش برشی حداکثر در وسط ضلع بزرگتر رخ می‌دهد. مقدار تنش برشی برابر است با:

$$\tau = \frac{T}{K_1xy^2_{\max}}$$

مقدار ثابت پیچش و زاویه پیچش نسبی نیز به کمک روابط زیر تعیین می‌شود:

$$J = K_2xy^3$$

$$\varphi = \frac{TL}{GJ} = \frac{TL}{GK_2xy^3}$$

که مقادیر K_1 و K_2 در مراجع توسط جداولی ارائه می‌شوند. عمده نیمرخ‌هایی که در سازه‌های فولادی به کار می‌روند دارای مقاطع جدارنازک باز هستند که اغلب دارای ورق‌های مستطیل با نسبت زیاد طول به ضخامت می‌باشند. نیمرخ‌های I، سپری، نبشی و ناودانی از این دسته محسوب می‌شوند. صلبیت معادل پیچشی (J) را در مقاطع جدارنازک باز تحت پیچش آزاد، می‌توان با تقریب خوبی به صورت مجموع ثابت‌های پیچشی مستطیل‌های تشکیل‌دهنده آن در نظر گرفت. بدین ترتیب صلبیت معادل پیچشی توسط رابطه $J =$

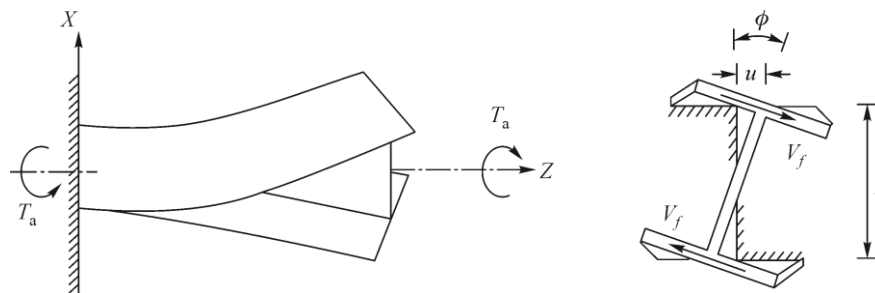
در مقاطع جدارنازک، معمولاً ورق‌های بال و جان لاغر بوده و نسبت $\frac{b_i}{t_i} > 10$ برقرار است و $K_1 = K_2 = \frac{1}{3}$ می‌باشند. بدین ترتیب برای نیمرخ I شکل ثابت پیچشی J برابر است با:

$$J = \frac{1}{3}(h_w t_w^3 + 2b_f t_f^3) \quad ۳-۹$$

حداکثر تنش برشی در وسط ضلع بزرگ‌تر بال‌ها و یا جان رخ می‌دهد و مقدار آن از رابطه $\tau_{\max} = \frac{Tt}{J}$ قابل محاسبه است. مقدار t ضخامت بال و یا جان برحسب مورد است.

۹-۴ پیچش تابیدگی

عضوی با مقطع I شکل تحت لنگر پیچشی T در انتهای آزاد، در شکل ۷-۹ نشان داده شده است.



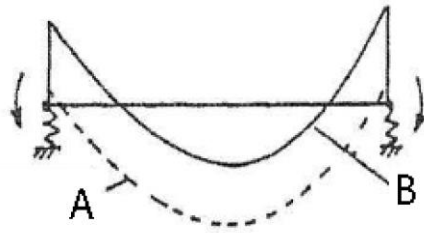
شکل ۷-۹ تغییرشکل مقطع I تحت پیچش مقید

این عضو در تکیه‌گاه کاملاً مقید شده به‌گونه‌ای که سطح مقطع آن در انتها پس از اعمال لنگر پیچشی T به شکل اولیه خود صفحه باقی می‌ماند ولی پس از اعمال لنگر پیچشی، هر دو بال فوقانی و تحتانی به شکل خمیده در می‌آیند. تغییرشکل بال‌ها نشان‌دهنده توسعه نیروی برشی و لنگر پیچشی در آنها می‌باشد. در این وضعیت مقطع به اندازه زاویه ϕ حول محور Z دوران می‌نماید. جابجایی مرکز بال با زاویه دوران مقطع متناسب است

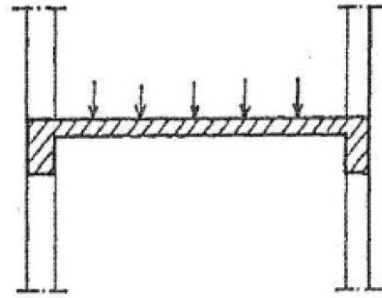
لنگر پیچشی را می‌توان مطابق شکل ۷-۹ به جفت نیروی برشی در بال‌ها تبدیل نمود. رابطه میان نیروی برشی بال‌ها و زاویه دوران، منجر به تشکیل معادله دیفرانسیل شده که با حل آن و توجه به شرایط مرزی، تنش‌های برشی و عمودی ناشی از لنگرهای پیچشی در هر نقطه‌ای از تیر قابل محاسبه است. با توجه به این که محاسبه تنش‌ها توسط زاویه ϕ در حل مسائل وقت‌گیر است، لازم است علاقمندان جهت اطلاع از روند محاسبات کامل، به مراجع مرتبط مراجعه نمایند. در این فصل تحلیل اعضاء با روش مبتنی بر خمش بال ارائه می‌شود که علاوه بر سادگی از دقت کافی نیز برخوردار است.

۹-۵ تحلیل پیچش

دال با تکیه‌گاه‌های صلب و تیرچه‌های آن، نمونه دیگری از ایجاد پیچش در اعضاء سازه هستند. تیرچه دال تحت بارگذاری ثقیلی، همراه با نمودار لنگر در شکل زیر نشان داده شده است.



ب) نمودار لنگر تیر



الف) تیر

شکل ۹-۸ زاویه پیچش نسبی در مقطع

لنگر ایجاد شده در تیرچه باتوجه به سختی پیچشی تکیه‌گاه (تیر نشیمن) قابل بررسی است.

بر خلاف تصور اولیه، لنگر پیچشی ایجاد شده برابر حاصل ضرب بار ثقلی نصف تیر در فاصله مرکز اثر آن تا تکیه‌گاه نیست.

چنانچه تیر نشیمن دارای سختی پیچشی ناچیزی باشد، انتهای تیرچه دوران نموده و لنگر ایجاد شده در آن ناچیز خواهد بود (نمودار A) ولی در صورت وجود سختی پیچشی قابل ملاحظه در تکیه‌گاه، لنگر انتهای تیرچه بیشتر بوده که با نمودار B نشان داده شده است.

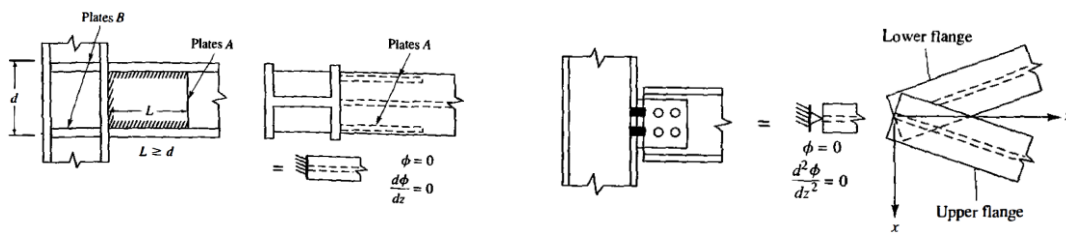
اعمال بار بر هر نقطه‌ای به جز مرکز برش مقطع، باعث ایجاد پیچش در عضو می‌گردد. تنش‌های ایجاد شده توسط بارگذاری پیچشی، از نوع برشی (ناشی از پیچش) و کششی (ناشی از خمش) هستند. پس از انجام محاسبات، مقادیر تنش با تنش‌های ناشی از سایر بارها ترکیب شده و وضعیت تنش در هر موقعیت از طول عضو، در نقاط بحرانی مقطع مشخص می‌شود.

از این رو مقاومت تکیه‌گاهها در برابر پیچش، تعیین کننده لنگرهای پیچشی ایجاد شده در تیر هستند.

۹-۶ تکیه‌گاه پیچشی مفصلی و تکیه‌گاه پیچشی صلب

چنانچه تکیه‌گاه تیر، چرخش هر دو بال تیر را مقید کند، تکیه‌گاه صلب منظور می‌شود. نمونه‌ای از تکیه‌گاه صلب، اجرای اتصال صلب با ورق روسری و زیرسری و ورق‌های مجاور (موازی جان تیر) است. البته تکیه‌گاه صلب خمشی لزوماً با تکیه‌گاه صلب پیچشی متناظر نیست.

چنانچه هر یک از بال‌های تیر بتوانند تا حدی دوران نمایند، رفتار تکیه‌گاه به صورت ساده (مفصلی) منظور می‌گردد. نمونه‌ای از تکیه‌گاه ساده، اجرای اتصال مفصلی ورق جان تیر به بال ستون است. تیر در محل اتصال مفصلی دارای دوران نیست ولی بال‌های تیر هر یک به سمتی چرخیده و تیر دچار تابیدگی می‌شود. تکیه‌گاه مفصلی خمشی لزوماً با تکیه‌گاه مفصلی پیچشی متناظر نیست. در شکل زیر نمونه اتصال پیچشی مفصلی و صلب مشاهده می‌شود.



ب) اتصال پیچشی صلب

الف) اتصال پیچشی مفصلی

شکل ۹-۹ اتصال پیچشی مفصلی و صلب

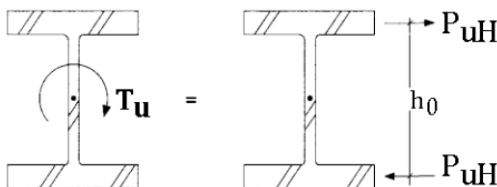
توجه شود که مفهوم اتصال مفصلی خمشی به معنای عدم مقاومت اتصال در برابر دوران خمشی است؛ درحالی‌که در اتصالات پیچشی اجرای اتصال دارای آزادی دوران پیچشی با دیتایلهای متداول، انجام شدنی نیست و به آن اتصال مفصلی پیچشی گفته نمی‌شود.

۹-۷ لنگر خمشی M_{uf} ناشی از لنگر پیچشی T_u

لنگر پیچشی ضریب‌دار T_u اعمال شده به مقطع تیر، قابل تبدیل به زوج نیرو در بالهای مقطع I شکل است. بدین ترتیب که با داشتن فاصله h_0 میان مراکز بالهای مقطع و تبدیل لنگر پیچشی به لنگر خمشی با استفاده از رابطه ۹-۱، هر یک از بال‌ها تحت تاثیر لنگری قرار می‌گیرد که خمشی در حول محور قوی بال ایجاد می‌کند.

$$P_{uH} = \frac{T_u}{h_0} \quad 1-9$$

جفت نیروی افقی P_{uH} در بال‌ها ناشی از تبدیل لنگر پیچشی به لنگر برشی، در شکل زیر نشان داده شده‌است.



شکل ۹-۱۰ روش تبدیل لنگر پیچشی به لنگر خمشی

با فرض آنکه لنگر پیچشی در وسط یک تیر ساده (با تکیه‌گاه پیچشی ساده) اعمال شده باشد، وضعیت لنگرهای پیچشی تیر (شکل الف) و بارهای افقی معادل برای هر بال تیر (شکل ب) در شکل زیر نشان داده شده‌است.

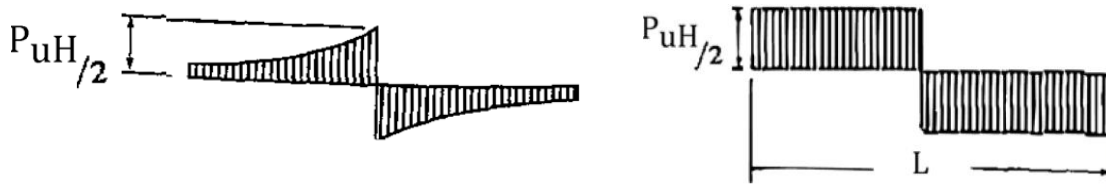


الف) لنگرهای پیچشی اعمال شده

ب) بار متمرکز افقی معادل پیچش در یک بال

شکل ۹-۱۱ روش تبدیل لنگر پیچشی به لنگر خمشی

عرض نمودار برش $\frac{1}{2} P_{uH}$ بوده که باتوجه به بارگذاری پیچشی تیر محاسبه می‌شود. بدین ترتیب نمودار برش حاصل از جفت نیروی متناظر با لنگر پیچشی، در طول بال تیر قابل ترسیم است. تغییر لنگر خمشی میان تکیه‌گاه و نقطه برش صفر، برابر سطح زیر نمودار برش است (وضعیت اصلاح‌نشده). به دلیل وقوع پدیده تابیدگی در طول تیر، لنگر واقعی حاصل از خمش در بال تیر نیاز به اصلاح دارد. تغییرات برش در بال تیر در وضعیت واقعی (اصلاح‌شده) و در وضعیت اصلاح‌نشده در شکل زیر مشاهده می‌شوند.



الف) برش حاصل از خمش (اصلاح‌نشده)

ب) برش حاصل از خمش (اصلاح‌شده)

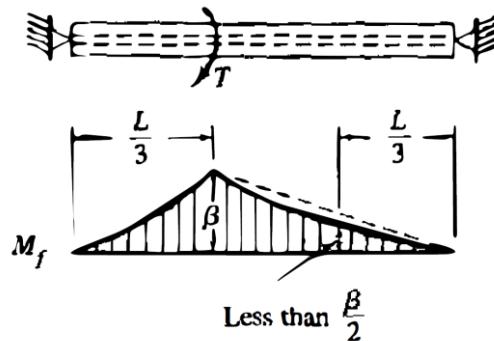
شکل ۹-۱۲ اصلاح لنگر خمشی در اثر تابیدگی

لنگر نهایی بال تیر (ناشی از پیچش) با نماد M_{uf} بیان و با رابطه زیر تعریف می‌شود. به بیان دیگر تغییرات لنگر بال به صورت اصلاح‌شده برابر با حاصل ضرب سطح زیر نمودار برش (از تکیه‌گاه تا نقطه برش صفر) در ضریب β می‌باشد.

$$\Delta M_{uf} = \beta \times (\text{area})$$

۲-۹

شکل زیر تأثیر ضریب β را نشان می‌دهد.

شکل ۹-۱۳ ضریب β

به عنوان مثال برای تیر فوق مقدار لنگر در نقطه میانی تیر بدین صورت محاسبه می‌گردد.

$$\Delta M_{uf} = \beta \times (area) = \beta \frac{P_{uH}L}{4}$$

$$M_{uf}(@x = 0) = 0$$

$$M_{uf} \left(@x = \frac{L}{2} \right) = \beta \frac{P_{uH}L}{4}$$

۹-۸ محاسبه ضریب β

مقادیر ضریب β باتوجه به مقادیر مختلف هر یک از عوامل زیر، در جداول پیوست ارائه شده است.

- نوع بارگذاری: در دو وضعیت لنگر پیچشی متمرکز و یا لنگر پیچشی گسترده در واحد طول تیر.
- موقعیت لنگر پیچشی (در حالت لنگر پیچشی متمرکز): لنگر در موقعیت $x = aL$ فرض می‌گردد که باتوجه به بارگذاری تیر، ضریب a مشخص شده و در جداول β مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- شرایط تکیه‌گاهی: در دو وضعیت تکیه‌گاه پیچشی ساده و تکیه‌گاه پیچشی گیردار.
- مشخصات مقطع: سختی پیچشی مقطع و سختی بال مقطع.

چنانچه لنگر اینرسی بال مقطع حول محور y با I_f نمایش داده شود، کمیت $I_f \frac{h_o^2}{2}$ در معادله دیفرانسیل ظاهر شده که با عنوان ثابت تابیدگی (اعوجاج) و نماد C_W شناخته می‌شود. مقدار ضریب تابیدگی برای مقاطع نورد شده، در جداول اشتال موجود است. باتوجه به مقدار ثابت تابیدگی C_W کمیت دیگری با نام λ با رابطه $\lambda^2 = \frac{GJ}{EC_W}$ تعریف می‌شود که به مشخصات مقطع بستگی دارد. حاصلضرب λL بدون بعد بوده و در استفاده از جداول β مورد نیاز است. مقادیر معکوس λ در جداول اشتال پیوست ارائه شده که دارای بعد طول است.

با تبدیل لنگر پیچشی به لنگر خمشی، وضعیت خمش دومحوره در تیر ایجاد می‌شود که با استفاده از روابط خمش دومحوره قابل کنترل است.

۹-۹ تحلیل تیر تحت لنگر پیچشی

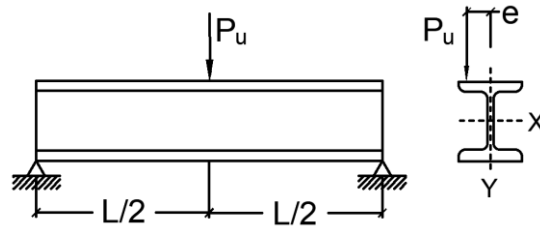
اعمال بارگذاری لنگر پیچشی بر مقطع تیر، در وضعیت‌های مختلف امکان‌پذیر است. در حالت کلی بارهای اعمال شده به تیر، برای بال مقطع ایجاد خمش دومحوره می‌نماید. باتوجه به آن که خمش عرضی ناشی از پیچش، متناظر با بار افقی بوده که به یک بال تیر وارد می‌شود، رابطه خمش دومحوره به شکل زیر بازنویسی می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} + \frac{M'_{uy}}{\phi M'_{ny}/2} \leq 1$$

که در آن M_{uy} ناشی از بار افقی اعمال شده به کل مقطع (در صورت وجود) و M'_{uy} ناشی از بار افقی متناظر با پیچش (بار افقی H) به بال مقطع می‌باشد. استفاده از رابطه فوق در مثال‌های زیر تشریح شده است.

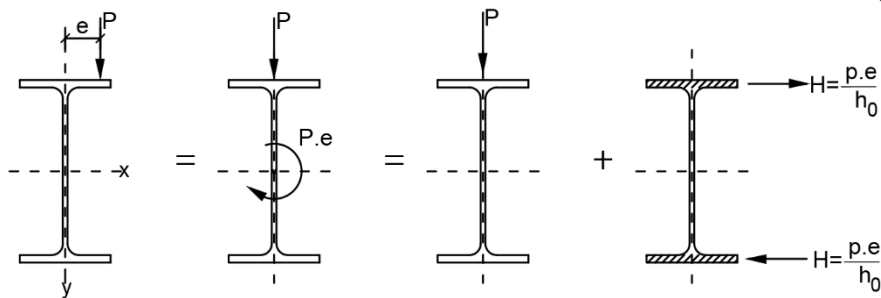
مثال ۹-۱

تیری با بار اعمال شده به صورت قائم با خروج از مرکزیت مطابق شکل مدنظر است. تکیه‌گاه تیر تحت بار خمشی و پیچشی، گیردار می‌باشد. روش تحلیل پیچش را بررسی نمایید.



حل:

بارگذاری اعمال شده به مرکز مقطع منتقل شده و لنگر پیچشی ایجاد شده، محاسبه می‌شود.



از روابط مربوط به خمش دومحوره برای محاسبه و کنترل تنش ماکزیمم خمشی در بال پروفیل استفاده می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} + \frac{M_{uf}}{\phi M_{ny} \div 2} \leq 1$$

$$M_{ux} = \frac{P_u L}{4}$$

$$M_{uy} = 0$$

$$T_u = P \cdot e$$

$$M_{uf} = \frac{T_u}{h_0} \times \frac{L}{4}$$

$$\frac{\frac{P_u L}{4}}{\phi M_{nx}} + 0 + \frac{\frac{T_u}{h_0} \times \frac{L}{4}}{\phi M_{ny} \div 2} \leq 1$$

باتوجه به جدول تکیه‌گاه مفصلی بار پیچشی متمرکز (جدول ۹-۱)

$$M_{uf} = \beta \frac{T_u}{h_0} abL$$

که در آن a و b به موقعیت اعمال لنگر پیچشی وابسته هستند. به عنوان مثال چنانچه لنگر پیچشی در میان تیر اعمال شود:

$$a = 0.5, b = 0.5$$

بیشترین لنگر خمشی عرضی ناشی از لنگر پیچشی:

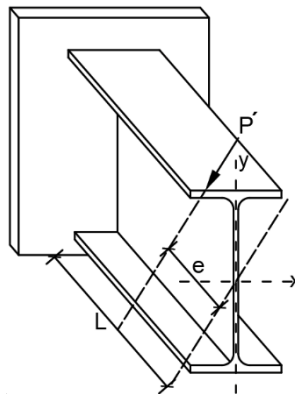
$$\frac{T_u}{h_0} abL = \frac{T_u}{h_0} \times 0.5 \times 0.5 \times L = \frac{T_u}{h_0} \times \frac{L}{4}$$

که همان نتیجه تحلیل تیر است.

مثال ۹-۲

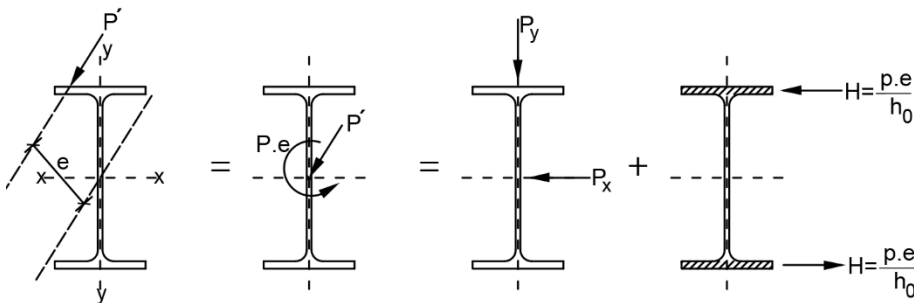
تیری با بار اعمال شده به صورت مایل با خروج از مرکزیت مطابق شکل مدنظر است. روش تحلیل پیش از بررسی

نمایید.



حل:

بارگذاری اعمال شده به مرکز مقطع منتقل شده و لنگر پیشگی ایجاد شده، محاسبه می‌شود.



از روابط مربوط به خمش دوماحوره برای محاسبه و کنترل تنش ماکزیمم خمشی در بال پروفیل استفاده می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} + \frac{M_{uf}}{\phi M_{ny} \div 2} \leq 1$$

در رابطه فوق M_{ux} لنگری است که بار P ایجاد می‌کند. M_{uy} لنگری است که بار افقی ایجاد می‌کند. M_{uf} لنگر معادل پیش از است.

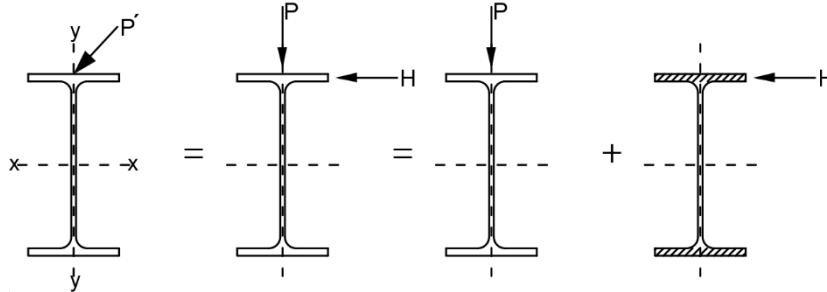
$$M_{ux} = P_{uy}L$$

$$M_{uy} = P_{ux}L$$

$$T_u = P \cdot e$$

$$M_{uf} = \frac{T_u}{h_0}L$$

رویکرد دیگری برای حل این گونه مسائل در مستندات ذکر شده است که در آن، بار وارد بر بال فوقانی مقطع، به مرکز مقطع منتقل نشود. جزئیات انتخاب رویکرد مناسب، به شرایط دقیق بارگذاری و همچنین مهار پیچشی تیر وابسته است.



در حل مسائل این کتاب، بارگذاری اعمال شده به مرکز مقطع منتقل شده و لنگر پیچشی ایجاد شده، محاسبه می شود.

۹-۱۰ طراحی تیر برای لنگر پیچشی

در مرحله طراحی، با فرض آنکه ظرفیت خمشی مقطع حول هر دو محور برابر ظرفیت پلاستیک باشد، رابطه خمش دومحوره

به صورت زیر ساده می شود:

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} + \frac{M_{uf}}{\phi M_{ny} \div 2} \leq 1$$

$$\frac{M_{ux}}{\phi Z_x f_y} + \frac{M_{uy}}{\phi Z_y f_y} + \frac{M_{uf}}{\phi Z_y f_y \div 2} \leq 1 \rightarrow Z_x \geq \frac{M_{ux}}{\phi f_y} + \frac{M_{uy} + 2M_{uf}}{\phi f_y} \left(\frac{Z_x}{Z_y} \right)$$

لازم به ذکر است فرض ظرفیت پلاستیک مقطع، جهت سادگی محاسبات انجام شده است^۱. بدین ترتیب با داشتن حداقل اساس

مقطع پلاستیک مورد نیاز، انتخاب مقطع صورت می گیرد. مقادیر نسبت اساس مقطع پلاستیک حول محور قوی به محور ضعیف، برای

مقاطع مختلف در فصل مباحث تکمیلی تیرها (جلد اول) مورد بررسی قرار گرفته است. برای مقاطع متداول مثال های این کتاب، استفاده

از مقادیر $\frac{Z_x}{Z_y} = 2.0$ (IPB), 5.0 (IPE) برای پروفیل های IPB و IPE توصیه می شود.

مثال ۹-۳

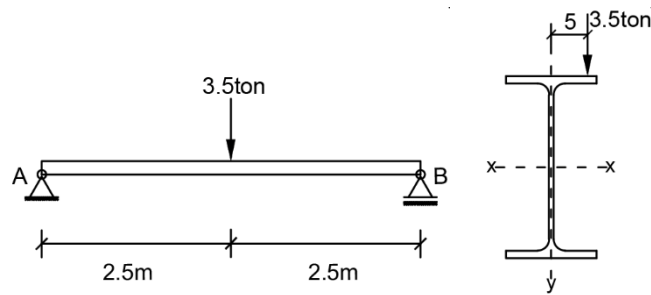
تیری مطابق شکل مدنظر است. این تیر در محل دو تکیه گاه دارای مهار جانبی بال فشاری است. تیر از لحاظ خمش

دو محور دارای تکیه گاه ساده و از لحاظ پیچش به صورت یکسر مفصل و یکسر گیردار می باشد. بار متمرکز وارده ضریب دار

می باشد و از وزن تیر صرف نظر گردد. کفایت تیر را با مقطع IPE27 کنترل نمایید. مهار جانبی در محل تکیه گاه ها و بار

متمرکز تأمین شده است.

^۱ برخی مراجع رابطه فوق را بر حسب اساس مقطع الاستیک مورد استفاده قرار می -



حل:

$$e = 5 \text{ cm}$$

$$T_u = P_u e = (3.5 \text{ ton})(5 \text{ cm}) = 17.5 \text{ ton.cm}$$

مشخصات مقطع IPE27

IPE 27	bf	13.5	cm	A	45.9	cm ²	I _x	5790	cm ⁴	I _y	420	cm ⁴	J	11.9	cm ⁴	L _p	155	cm
	tf	1.02	cm	G	36.1	kg/m	S _x	429.0	cm ³	S _y	62.2	cm ³	r _{ts}	3.6	cm	L _r	497	cm
	d	27	cm	r	1.5	cm	r _x	11.20	cm	r _y	3.02	cm	K _c	0.65		C _w	70871	cm ⁶
	tw	0.66	cm	K	2.52	cm	Z _x	460.5	cm ³	Z _y	95.7	cm ³	r _T	3.6	cm	VECW/GJ	124	cm

فاصله مرکز تا مرکز بال‌ها

$$h_0 = d - t_f = 27 - 1.02 = 25.98 \text{ cm}$$

گام ۱- محاسبه نیاز لنگر خمشی حول محور قوی

$$M_{ux} = \frac{P_u L}{4} = \frac{(3.5 \text{ ton})(500 \text{ cm})}{4} = 437.5 \text{ ton.cm}$$

گام ۲- محاسبه نیاز لنگر خمشی حول محور ضعیف

بار افقی معادل لنگر پیچشی:

$$P_{uH} = \frac{T_u}{h_0} = \frac{17.5 \text{ ton.cm}}{25.98 \text{ cm}} = 0.67 \text{ ton}$$

محاسبه مقدار λL

$$\frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{EC_w}{GJ}} = \sqrt{\frac{2.6C_w}{J}} = \sqrt{\frac{2.6 \times 70871}{11.9}} = 124 \text{ cm}$$

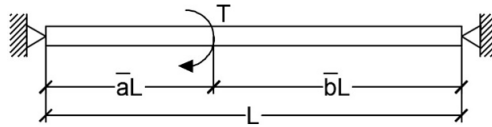
که برابر مقدار درج شده در جدول اشتال است.

$$\lambda L = \frac{L}{\frac{1}{\lambda}} = \frac{500 \text{ cm}}{124 \text{ cm}} = 4.03$$

محل اعمال بار و محل لنگر بحرانی در وسط تیر

$$a = 0.5$$

محاسبه مقدار β با استفاده از جدول لنگر متمرکز پیچشی با تکیه‌گاه ساده (جدول ۹-۱)



λL	$a = 0.5$	$a = 0.4$
	۰.۵	۰.۹۸
۱.۰	۰.۹۲	۰.۹۳
۲.۰	۰.۷۶	۰.۷۷
۳.۰	۰.۶۰	۰.۶۲
۴.۰	۰.۴۸	۰.۵۰
۵.۰	۰.۳۹	۰.۴۱
۶.۰	۰.۳۳	۰.۳۴
۸.۰	۰.۲۵	۰.۲۶
۱۰.۰	۰.۲۰	۰.۲۱

$$\lambda L \cong 4; a = 0.5 \rightarrow \beta = 0.48$$

از آنجا که بار دیگری حول محور Y ایجاد لنگر نمی‌کند، وارد نمی‌شود، لنگر خمشی معادل پیچش در وسط تیر در رابطه خمش دومحوره قرار می‌گیرد:

$$M_{uf} = \beta \frac{P_{uH}L}{4} = (0.48) \frac{(0.67 \text{ ton})(500 \text{ cm})}{4} = 40.2 \text{ ton.cm}$$

گام ۳- ظرفیت خمشی حول محور قوی

فاصله مهارهای جانبی:

$$L_p = 155 \text{ cm} \leq L_b = 250 \text{ cm} \leq L_r = 497 \text{ cm}$$

ظرفیت خمشی تیر از رابطه کمانش غیرارتجاعی:

$$M_{nx} = C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{px} = f_y Z_x = \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \right) (460.5 \text{ cm}^3) = 1105 \text{ ton.cm}$$

ضریب کمانش پیچشی جانبی برای نصف تیر: انحنای خمشی یک‌طرفه است. دیاگرام لنگر در فواصل بین مهارهای جانبی خطی می‌باشد و لذا:



$$M_{max} = M$$

$$M_{\frac{1}{4}} = \left| \frac{M}{4} \right| = \frac{M}{4}$$

$$M_{\frac{2}{4}} = \left| \frac{M}{2} \right| = \frac{M}{2}$$

$$M_{\frac{3}{4}} = \left| \frac{3M}{4} \right| = \frac{3M}{4}$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

$$R_m = 1.0$$

در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ \frac{12.5M}{2.5M + 3\left(\frac{M}{4}\right) + 4\left(\frac{M}{2}\right) + 3\left(\frac{3M}{4}\right)} \times 1, 3.0 \right\} = \min\{1.667, 3.0\} = 1.667$$

$$M_{nx} = 1.667 \left[1105 - \left(1105 - 0.7 \times 2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \times 429 \text{cm}^3 \right) \left(\frac{250 - 155}{497 - 155} \right) \right] = 1639 \leq 1105$$

$$M_{nx} = 1122 \text{ ton.cm}$$

گام ۴- ظرفیت خمشی حول محور ضعیف

رابطه مقطع فشرده:

$$M_{ny} = f_y Z_y \leq 1.6 f_y S_y$$

$$M_{ny} = \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \right) (95.7 \text{cm}^3) = 230 \leq 1.6 \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \right) (62.2 \text{cm}^3) = 239 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ny} = 230 \text{ ton.cm}$$

گام ۵- کنترل خمش دومحوره

رابطه خمش دومحوره در موقعیت لنگر پیچشی بارگذاری، کنترل می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} \leq 1$$

$$\frac{437.5}{0.9(1122)} + \frac{2 \times 40.2}{0.9(230)} = 0.82 \leq 1$$

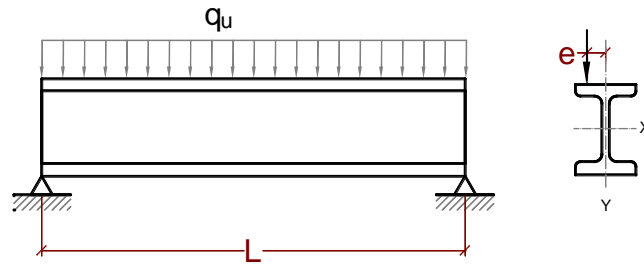
این مقطع پاسخ گوی نیاز خمشی و پیچشی است.

مثال ۹-۴

تیر شکل زیر به طول $L = 8m$ تحت بار گسترده یکنواخت ضربدار با شدت $q_u = 1.5 \frac{\text{ton}}{m}$ با خروج از مرکزیت

$e = 10 \text{ cm}$ قرار دارد. تیر را با نیمرخ IPB24 کنترل کنید. فقط اثر خمش و پیچش را در نظر بگیرید. از وزن تیر

صرفنظر گردد. تیر از لحاظ خمش دو محور دارای تکیه‌گاه ساده و از لحاظ پیچش به صورت دو سر مفصل می‌باشد



حل:

$$e = 10 \text{ cm}$$

$$q_u = 1.5 \frac{\text{ton}}{\text{m}} = 1.5 \frac{\text{ton}}{\text{m}} \times \frac{1\text{m}}{100\text{cm}} = 0.015 \frac{\text{ton}}{\text{cm}}$$

$$T_u = q_u e = \left(0.015 \frac{\text{ton}}{\text{cm}}\right) (10\text{cm}) = 0.15 \frac{\text{ton}\cdot\text{cm}}{\text{cm}}$$

مشخصات مقطع IPB24

IPB 24	bf	24.0	cm	A	106.0	cm ²	I _x	11260	cm ⁴	I _y	3920	cm ⁴	J	85.5	cm ⁴	L _p	312	cm
	tf	1.70	cm	G	83.2	kg/m	S _x	938.0	cm ³	S _y	327.0	cm ³	r _{ts}	6.8	cm	L _r	1508	cm
	d	24	cm	r	2.1	cm	r _x	10.30	cm	r _y	6.08	cm	K _c	0.76		C _w	487344	cm ⁶
	tw	1.00	cm	K	3.80	cm	Z _x	1016.0	cm ³	Z _y	494.8	cm ³	r _T	6.7	cm	√EC _w /GJ	122	cm

فاصله مرکز بال‌ها:

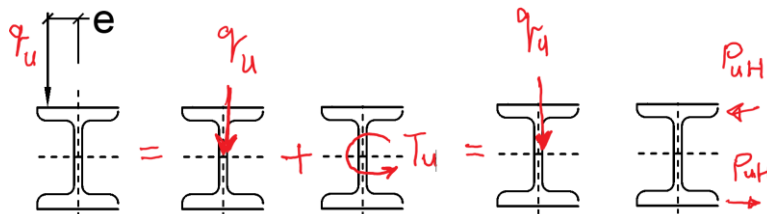
$$h_0 = d - t_f = 24 - 1.7 = 22.3 \text{ cm}$$

گام ۱- محاسبه نیاز لنگر خمشی حول محور قوی

$$M_{ux} = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{\left(0.015 \frac{\text{ton}}{\text{cm}}\right) (800\text{cm})^2}{8} = 1200 \text{ ton}\cdot\text{cm}$$

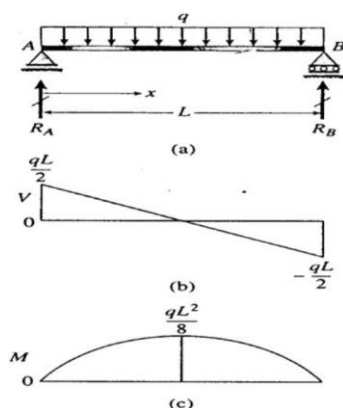
گام ۲- محاسبه نیاز لنگر خمشی حول محور ضعیف

تبدیل لنگر پیچشی گسترده به جفت بار افقی گسترده:



توجه: تمامی بارها و لنگرهای نشان داده شده، از نوع گسترده هستند.

نمودار لنگر پیچشی در طول تیر تحت لنگر پیچشی گسترده با تکیه‌گاه پیچشی ساده، مشابه نمودار لنگر خمشی نیمه تیر تحت بار افقی گسترده و با تکیه‌گاه خمشی ساده می‌باشد.



بار افقی معادل لنگر پیچشی:

$$P_{uH} = \frac{T_u}{h_0} = \frac{0.15 \frac{\text{ton.cm}}{\text{cm}}}{22.3 \text{ cm}} = 0.0067 \frac{\text{ton}}{\text{cm}}$$

محاسبه مقدار λL

$$\frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{EC_w}{GJ}} = \sqrt{\frac{2.6C_w}{J}} = \sqrt{\frac{2.6 \times 487344}{85.5}} = 122 \text{ cm}$$

$$\lambda L = \frac{800 \text{ cm}}{122 \text{ cm}} = 6.5$$

محل لنگر بحرانی در وسط تیر

$$a = 0.5$$

محاسبه مقدار β با استفاده از جدول لنگر گسترده پیچشی با تکیه‌گاه ساده (جدول ۹-۲)

$$\frac{0.12 - 0.2}{8.0 - 6.0} = \frac{\beta - 0.2}{6.5 - 6.0} \rightarrow \beta = 0.18$$

از آنجا که بار دیگری حول محور y ایجاد لنگر نمی‌کند، لنگر خمشی معادل پیچش در وسط تیر در رابطه خمش دومحوره قرار می‌گیرد:

$$M_{uf} = \beta \frac{P_{uH} L^2}{8} = (0.18) \frac{(0.0067 \frac{\text{ton}}{\text{cm}}) (800 \text{ cm})^2}{8} = 96.5 \text{ ton.cm}$$

$$M_{uy} = M_{uf} = 96.5 \text{ ton.cm}$$

گام ۳ - ظرفیت خمشی حول محور قوی

فاصله مهارهای جانبی:

$$L_p = 312 \text{ cm} \leq L_b = 800 \text{ cm} \leq L_r = 1508 \text{ cm}$$

ظرفیت خمشی تیر از رابطه کمانش غیر ارتجاعی:

$$M_{nx} = C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{px} = f_y Z_x = \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \right) (1016 \text{ cm}^3) = 2438 \text{ ton.cm}$$

ضریب کمانش پیچشی جانبی:

$$M(x) = R \cdot x - \frac{wx^2}{2} = \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2}$$

$$M_{\frac{1}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{4} \right\} = \frac{3wL^2}{32}$$

$$M_{\frac{2}{4}} = M \left\{ x = \frac{L}{2} \right\} = \frac{wL^2}{8}$$

$$M_{\frac{3}{4}} = M \left\{ x = \frac{3L}{4} \right\} = \frac{3wL^2}{32}$$

$$M_{max} = M_B = \frac{wL^2}{8}$$

به دلیل وجود دو محور تقارن در مقطع، داریم:

$$R_m = 1.0$$

در نتیجه:

$$C_b = \min \left\{ \frac{wL^2}{32} * \frac{12.5*4}{2.5*4+3*3+4*4+3*3} \times 1, 3.0 \right\} = 1.136$$

$$M_{nx} = 1.136 \left[2438 - \left(2438 - 0.7 \times 2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \times 938 \text{cm}^3 \right) \left(\frac{800 - 312}{1508 - 312} \right) \right] = 2369 \leq 2438$$

$$M_{nx} = 2369 \text{ ton.cm}$$

گام ۴ - ظرفیت خمشی حول محور ضعیف

رابطه مقطع فشرده:

$$M_{ny} = f_y Z_y \leq 1.6 f_y S_y$$

$$M_{ny} = \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \right) (494.8 \text{ cm}^3) = 1187 \leq 1.6 \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2} \right) (327 \text{ cm}^3) = 1255 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ny} = 1187 \text{ ton.cm}$$

گام ۵ - کنترل خمش دومحوره

رابطه خمش دومحوره در موقعیت وسط تیر کنترل می شود.

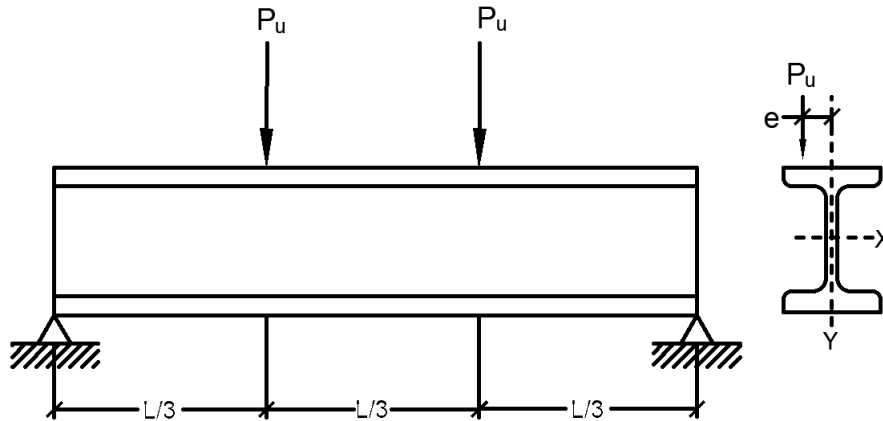
$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} \leq 1$$

$$\frac{1200}{0.9(2369)} + \frac{2 \times 96.5}{0.9(1187)} = 0.74 \leq 1$$

این مقطع پاسخ گوی نیاز خمشی و پیچشی است

مثال ۹-۵ ط

تیری به طول $L = 6m$ به صورت شکل زیر تحت دو بار متمرکز $P_u = 8ton$ با خروج از مرکزیت $e = 5cm$ قرار دارد. تیر را برای نیمرخ از IPB22 کنترل نمایید. ابتدا و انتهای تیر دارای تکیه‌گاه ساده پیچشی می‌باشد. مهار جانبی در محل بارهای متمرکز و تکیه‌گاهها فرض می‌گردد.



حل:

$$e = 5cm$$

$$T_u = P_u e = (8 ton)(5 cm) = 40 ton.cm$$

مشخصات مقطع IPB22

IPB 22	bf	22.0	cm	A	91.0	cm ²	I _x	8090	cm ⁴	I _y	2840	cm ⁴	J	65.4	cm ⁴	L _p	287	cm
	t _f	1.60	cm	G	71.5	kg/m	S _x	736.0	cm ³	S _y	258.0	cm ³	r _{ts}	6.3	cm	L _r	1426	cm
	d	22	cm	r	1.8	cm	r _x	9.43	cm	r _y	5.59	cm	K _c	0.76		C _w	295474	cm ⁶
	t _w	0.95	cm	K	3.40	cm	Z _x	802.0	cm ³	Z _y	391.4	cm ³	r _T	6.1	cm	√EC _w /GJ	108	cm

فاصله مرکز تا مرکز بال‌ها

$$h_0 = d - t_f = 22 - 1.6 = 20.4 cm$$

گام ۱- محاسبه نیاز لنگر خمشی حول محور قوی

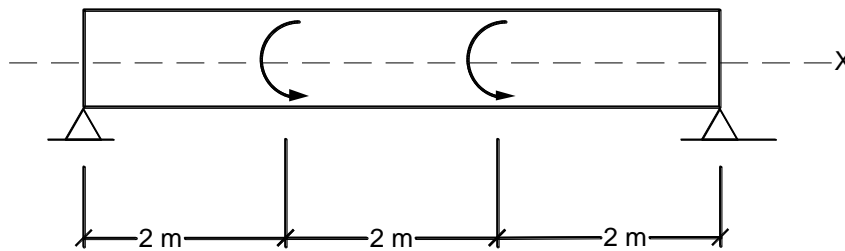
نمودار لنگر خمشی حول محور قوی تیر



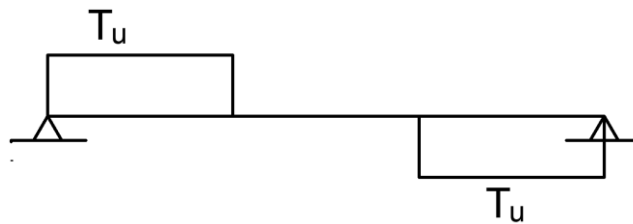
$$M_{ux} = \frac{P_u L}{3} = \frac{(8 ton)(600cm)}{3} = 1600 ton.cm$$

گام ۲ - محاسبه نیاز لنگر خمشی حول محور ضعیف

دیاگرام بارگذاری پیچشی تیر



دیاگرام لنگر پیچشی تیر



بار افقی معادل لنگر پیچشی:

$$P_{uH} = \frac{T_u}{h_0} = \frac{40 \text{ ton.cm}}{20.4 \text{ cm}} = 1.96 \text{ ton}$$

محاسبه مقدار λL

$$\frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{EC_w}{GJ}} = \sqrt{\frac{2.6C_w}{J}} = \sqrt{\frac{2.6 \times 295474}{65.4}} = 108 \text{ cm}$$

$$\lambda L = \frac{600 \text{ cm}}{108 \text{ cm}} = 5.55$$

محل اعمال بار

$$a = 0.3$$

محاسبه مقدار β با استفاده از جدول لنگر متمرکز پیچشی با تکیه‌گاه ساده، زیر لنگر متمرکز پیچشی اعمال بار (جدول ۹-۱)

$$\lambda L \cong 5.5 ; a = 0.3 \rightarrow \beta_1 = \frac{.45 + .39}{2} = 0.42$$

محاسبه مقدار β با استفاده از جدول لنگر متمرکز پیچشی با تکیه‌گاه ساده، زیر لنگر متمرکز پیچشی مجاور (جدول ۹-۱)

$$\beta_2 \cong \frac{0.42}{2} = 0.21$$

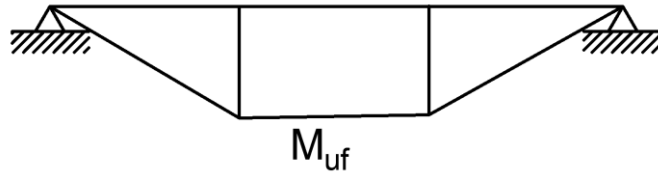
$$\beta = \beta_1 + \beta_2 = 0.42 + 0.21 = 0.63$$

از آنجا که بار دیگری حول محور Y ایجاد لنگر نمی‌کند، وارد نمی‌شود، لنگر خمشی معادل پیچش در وسط تیر در رابطه خمش دومحوره قرار می‌گیرد:

$$M_{uf} = \beta \frac{P_{uH}L}{3} = (0.63) \frac{(1.96\text{ton})(600\text{cm})}{3} = 247 \text{ ton.cm}$$

$$M_{uy} = M_{uf} = 247 \text{ ton.cm}$$

نمودار لنگر خمشی ناشی از لنگر پیچشی در طول تیر:



گام ۳- ظرفیت خمشی حول محور قوی

فاصله مهارهای جانبی:

$$L_b = 200\text{cm} \leq L_p = 287\text{cm}$$

ظرفیت خمشی تیر از رابطه کمانش پلاستیک:

$$M_{nx} = M_{px} = f_y Z_x = \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}\right) (802\text{cm}^3) = 1925 \text{ ton.cm}$$

گام ۴- ظرفیت خمشی حول محور ضعیف

رابطه مقطع فشرده:

$$M_{ny} = f_y Z_y \leq 1.6 f_y S_y$$

$$M_{ny} = \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}\right) (391.4\text{cm}^3) = 939.4 \leq 1.6 \left(2.4 \frac{\text{ton}}{\text{cm}^2}\right) (258\text{cm}^3) = 990.7 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ny} = 939.4 \text{ ton.cm}$$

گام ۵- کنترل خمش دومحوره

رابطه خمش دومحوره در موقعیت یک سوم تیر کنترل می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} \leq 1$$

$$\frac{1600}{0.9(1925)} + \frac{2 \times 247}{0.9(939.4)} = 0.82 \leq 1$$

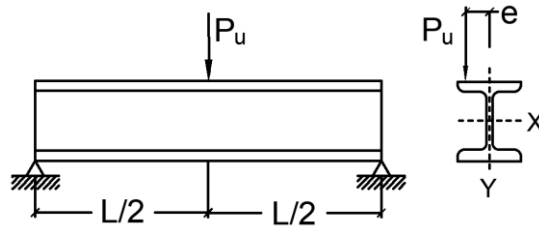
این مقطع پاسخ گوی نیاز خمشی و پیچشی است.

مثال ۹-۶

تیر شکل زیر به طول $L = 6m$ تحت بار متمرکز ضربدار $P_u = 10 \text{ ton}$ در وسط دهانه با خروج از مرکزیت $e = 5 \text{ cm}$ قرار دارد. خمش و پیچش را در نظر بگیرید. از وزن تیر صرف نظر شود. تیر از لحاظ خمش دو محور و پیچش دارای تکیه‌گاه ساده می‌باشد. مطلوب است:

الف) کنترل تیر از نیمرخ IPB24

ب) طراحی مقطع تیر از نیمرخ IPB



حل الف)

مشخصات مقاطع IPB24

$$h_0 = d - t_f = 24 - 1.7 = 22.3 \text{ cm} \quad Z_x = 1016 \text{ cm}^3; \quad Z_y = 494.8 \text{ cm}^3; \quad \frac{1}{\lambda} = 121.8 \text{ cm}$$

گام ۱-

محاسبه نیاز و ظرفیت لنگر خمشی حول محور قوی

حداکثر لنگر خمشی در وسط دهانه رخ می‌دهد:

$$M_{ux} = \frac{P_u L}{4} = \frac{(10 \text{ ton})(600 \text{ cm})}{4} = 1500 \text{ ton.cm}$$

$$M_{nx} = Z_x f_y = 1016 \times 2.4 = 2438 \text{ ton.cm}$$

گام ۲-

محاسبه نیاز و ظرفیت لنگر خمشی حول محور ضعیف

$$e = 5 \text{ cm}$$

$$T_u = P_u e = (10 \text{ ton})(5 \text{ cm}) = 50 \text{ ton.cm}$$

$$\lambda L \cong \frac{600 \text{ cm}}{121.8 \text{ cm}} = 4.93 \cong 5$$

موقعیت بار در وسط تیر

$$aL = bL = 0.5L \rightarrow a = b = 0.5$$

باتوجه به جدول تکیه‌گاه مفصلی بار پیچشی متمرکز (جدول ۹-۱)

$$\lambda L = 5 \text{ \& } a = 0.5 \rightarrow \beta = 0.39$$

$$M_{uf} = \beta \frac{T_u}{h_0} abL$$

$$M_{uf} = 0.39 \times \frac{50 \text{ ton.cm}}{22.3 \text{ cm}} (0.5 \times 0.5 \times 600 \text{ cm}) = 131.2 \text{ ton.cm}$$

$$M_{ny} = Z_y f_y = 494.8 \times 2.4 = 1188 \text{ ton.cm}$$

گام ۳- کنترل خمش دومحوره

رابطه خمش دومحوره در موقعیت وسط تیر کنترل می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} + \frac{M_{uf}}{\phi M_{ny} \div 2} \leq 1$$

$$\frac{1500}{0.9 \times 2438} + 0 + \frac{131.2}{0.9 \times 1188 \div 2} = 0.96 \leq 1 \rightarrow OK$$

حل ب)

مشخصات مقاطع IPB

IPB	bf	tf	d	tw	r	K	d-2K	G	A	Ix	Sx	rx	Zx	Iy	Sy	ry	Zy	J	Lp	Lr	rT	Kc	Cw	rts	√ECw/GJ
units	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	kg/m	cm ²	cm ⁴	cm ³	cm	cm ³	cm ⁴	cm ³	cm	cm ³	cm ⁴	cm	cm	mm	0.00	cm ⁶	cm	cm
22	22	1.6	22	0.95	1.8	3.4	15.2	71.5	91	8090	736	9.43	802	2840	258	5.59	391.4	65.45	286.8	1426.0	61	0.76	295474	6.27	108.3
24	24	1.7	24	1	2.1	3.8	16.4	83.2	106	11260	938	10.3	1016	3920	327	6.08	494.8	85.47	312.0	1507.6	66.6	0.76	487344	6.83	121.8
26	26	1.75	26	1	2.4	4.15	17.7	93	118	14920	1150	11.2	1230	5130	395	6.58	597.1	100.40	337.6	1536.9	72.2	0.76	754190	7.35	139.8
28	28	1.8	28	1.05	2.4	4.2	19.6	103	131	19270	1380	12.1	1477	6590	471	7.09	712.3	118.28	363.8	1587.1	77.6	0.76	1130910	7.91	157.7
30	30	1.9	30	1.1	2.7	4.6	20.8	117	149	25170	1680	13	1790	8560	571	7.58	862.9	148.80	388.9	1671.7	83.2	0.76	1689765	8.46	171.8

حداولیه متناسب با مقاطع:

$$h_0 \cong 26 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{\lambda} \cong 140 \text{ cm}$$

$$\lambda L \cong \frac{600 \text{ cm}}{140 \text{ cm}} = 4.29$$

باتوجه به جدول تکیه‌گاه مفصلی بار پیچشی متمرکز (جدول ۹-۱)

$$\lambda L = 4 \rightarrow \beta = 0.48$$

$$\lambda L = 5 \rightarrow \beta = 0.39$$

محاسبه β با استفاده از درونیابی خطی:

$$\lambda = 4.29 \rightarrow \beta = 0.48 + \frac{4.29 - 4}{5 - 4} (0.39 - 0.48) = 0.45$$

رابطه خمش دومحوره در موقعیت وسط تیر کنترل می‌شود. نسبت $\frac{Z_x}{Z_y}$ برای مقاطع IPB برابر ۲ فرض می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} + \frac{M_{uf}}{\phi M_{ny} \div 2} \leq 1$$

$$Z_x \geq \frac{M_{ux}}{\phi f_y} + \frac{M_{uy} + 2M_{uf}}{\phi f_y} \left(\frac{Z_x}{Z_y} \right)$$

$$Z_x \geq \frac{1500}{0.9(2.4)} + \frac{0 + 2 \times 112.5}{0.9(2.4)} (2.0) = 903 \text{ cm}^3$$

$$\text{try IPB24: } Z_x = 1016 \text{ cm}^3$$

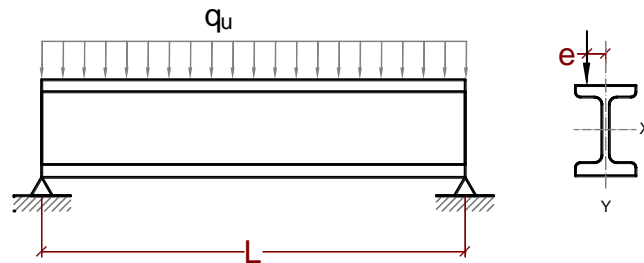
با تعیین مقطع، کنترل ظرفیت قابل انجام است.

مثال ۹-۷

تیر شکل زیر به طول $L = 6m$ که تحت بار گسترده به شدت $q_u = 2 \frac{ton}{m}$ و خروج از محوریت $e = 12cm$ قرار دارد. فقط اثر خمش و پیچش در نظر گرفته شود و تکیه‌گاه‌ها در هر دو طرف برای خمش مفصلی و برای پیچش گیردار می‌باشند. از وزن تیر صرف نظر گردد. مطلوب است:

الف) کنترل تیر از نیمرخ IPB24

ب) طراحی مقطع تیر از نیمرخ IPB



حل الف)

q_T مقدار لنگر گسترده پیچشی ضریب‌دار وارد بر واحد طول مقطع می‌باشد.

$$q_u = 2 \frac{ton}{m} \times \frac{1m}{100cm} = 0.02 \frac{ton}{cm}$$

گام ۱- محاسبه نیاز لنگر خمشی حول محور قوی

حداکثر لنگر خمشی در وسط دهانه رخ می‌دهد:

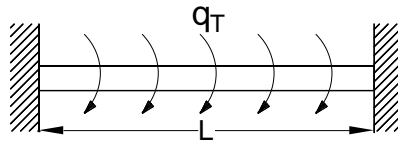
$$M_{ux} = \frac{q_u L^2}{8} = \frac{\left(0.02 \frac{ton}{cm}\right) (600cm)^2}{8} = 900 \text{ ton.cm}$$

گام ۲- محاسبه نیاز لنگر خمشی حول محور ضعیف

$$e = 12cm$$

$$q_T = q_u e = \left(0.02 \frac{ton}{cm}\right) (12 \text{ cm}) = 0.24 \frac{ton.cm}{cm}$$

بارگذاری پیچشی گسترده:



مشخصات مقاطع IPB24

$$h_0 = d - t_f = 24 - 1.7 = 22.3 \text{ cm} \quad Z_x = 1016 \text{ cm}^3; \quad Z_y = 494.8 \text{ cm}^3; \quad \frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{EC_w}{GJ}} = 121.8 \text{ cm}$$

$$\lambda L \cong \frac{600 \text{ cm}}{121.8 \text{ cm}} = 4.93 \cong 5$$

باتوجه به جدول تکیه‌گاه گیردار بار پیچشی گسترده، در محل تکیه‌گاه (جدول ۳-۹)

$$\beta \cong 0.74$$

$$M_{uf} = \beta \frac{q_T}{h_0} \times \frac{L^2}{12}$$

$$M_{uf} = 0.74 \times \frac{0.24}{22.3} \times \frac{600^2}{12} = 242.1 \text{ ton.cm}$$

گام ۳ - کنترل خمش دوماحوره

رابطه خمش دوماحوره در موقعیت تکیه‌گاه تیر کنترل می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} + \frac{M_{uf}}{\phi M_{ny} \div 2} \leq 1$$

$$\frac{900}{0.9(2.4 \times 1016)} + \frac{242.1}{0.9(2.4 \times 494.8) \div 2} = 0.41 + 0.45 = 0.86 \leq 1 \rightarrow OK$$

مقطع مناسب است.

حل ب)

مشخصات مقاطع IPB

IPB	bf	tf	d	tw	r	K	d-2K	G	A	I _x	S _x	r _x	Z _x	I _y	S _y	r _y	Z _y	J	L _p	L _r	r _T	K _c	C _w	r _{ts}	√EC _w /GJ
units	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	kg/m	cm ²	cm ⁴	cm ³	cm	cm ³	cm ⁴	cm ³	cm	cm ³	cm ⁴	cm	cm	mm	0.00	cm ⁶	cm	cm
22	22	1.6	22	0.95	1.8	3.4	15.2	71.5	91	8090	736	9.43	802	2840	258	5.59	391.4	65.45	286.8	1426.0	61	0.76	295474	6.27	108.3
24	24	1.7	24	1	2.1	3.8	16.4	83.2	106	11260	938	10.3	1016	3920	327	6.08	494.8	85.47	312.0	1507.6	66.6	0.76	487344	6.83	121.8
26	26	1.75	26	1	2.4	4.15	17.7	93	118	14920	1150	11.2	1230	5130	395	6.58	597.1	100.40	337.6	1536.9	72.2	0.76	754190	7.35	139.8
28	28	1.8	28	1.05	2.4	4.2	19.6	103	131	19270	1380	12.1	1477	6590	471	7.09	712.3	118.28	363.8	1587.1	77.6	0.76	1130910	7.91	157.7
30	30	1.9	30	1.1	2.7	4.6	20.8	117	149	25170	1680	13	1790	8560	571	7.58	862.9	148.80	388.9	1671.7	83.2	0.76	1689765	8.46	171.8

حدس اولیه متناسب با مقاطع:

$$h_0 \cong 26 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{\lambda} \cong 140 \text{ cm}$$

$$\lambda L \cong \frac{600 \text{ cm}}{140 \text{ cm}} = 4.29$$

باتوجه به جدول تکیه‌گاه گیردار بار پیچشی گسترده، در محل تکیه‌گاه (جدول ۳-۹)

$$\lambda L = 4 \rightarrow \beta = 0.81$$

$$\lambda = 5 \rightarrow \beta = 0.74$$

محاسبه β با استفاده از درونیایی خطی:

$$\lambda = 4.29 \rightarrow \beta = 0.81 + \frac{4.29 - 4}{5 - 4} (0.74 - 0.81) = 0.79$$

$$M_{uf} = \beta \frac{q_T}{h_0} \times \frac{L^2}{12}$$

$$M_{uf} = 0.79 \times \frac{0.24}{26} \times \frac{600^2}{12} = 218.8 \text{ ton.cm}$$

رابطه خمش دومحوره در موقعیت تکیه‌گاه تیر کنترل می‌شود. نسبت $\frac{Z_x}{Z_y}$ برای مقاطع IPB برابر ۲ فرض می‌شود.

$$\frac{M_{ux}}{\phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi M_{ny}} + \frac{M_{uf}}{\phi M_{ny} \div 2} \leq 1$$

$$Z_x \geq \frac{M_{ux}}{\phi f_y} + \frac{M_{uy} + 2M_{uf}}{\phi f_y} \left(\frac{Z_x}{Z_y} \right)$$

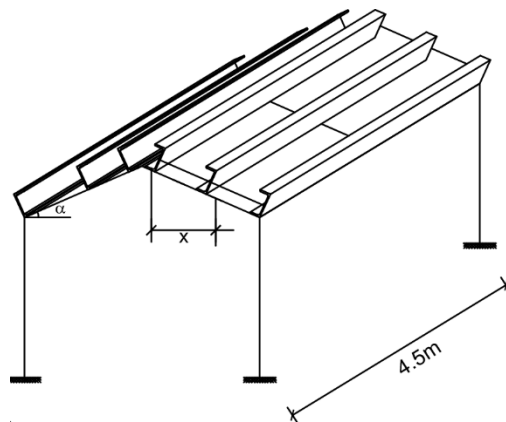
$$Z_x \geq \frac{900}{0.9(2.4)} + \frac{0 + 2 \times 221.5}{0.9(2.4)} (2.0) = 826 \text{ cm}^3$$

$$\text{try IPB24: } Z_x = 1016 \text{ cm}^3$$

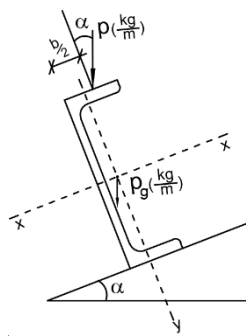
با تعیین مقطع، کنترل ظرفیت قابل انجام است.

مثال ۸-۹

برای پوشش سقف یک قاب صنعتی مطابق شکل ۹-۱۴ از لایه UNP16 و یک ردیف میل‌مهار استفاده شده است. شیب سقف ۲۵٪ و فاصله قاب‌ها ۴٫۵ متر می‌باشد. هرگاه کل بار مرده افقی $20 \frac{kg}{m^2}$ و بار برف $180 \frac{kg}{m^2}$ و وزن هر متر مقطع UNP16 برابر $18.8 \frac{kg}{m}$ باشد ضریب بار مربوط به وزن UNP را یک در نظر بگیرید. هر دو بار به تصویر افقی سطح مایل تأثیر می‌نماید. حداکثر فاصله افقی مجاز بین لایه‌ها را تعیین کنید.



زاویه بارهای وارده بر لایه مطابق شکل زیر است.



حل:

P بار سقف که شامل بار مرده ضریب‌دار و بار برف ضریب‌دار است. P_g وزن لایه است.

$$P = 1.2 \times D + 1.6 \times S = 1.2 \times 20 + 1.6 \times 180 = 312 \text{ kg/m}^2$$

$$\tan \alpha = 0/25 \Rightarrow \alpha = 14/04^\circ \rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0/97 \\ \sin \alpha = 0/24 \end{cases}$$

ابتدا بارهای وارده در دو راستای X و Y لایه تجزیه می‌شود:

بار سقف:

$$P_y = P \cos \alpha = 0.97P \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$P_x = P \sin \alpha = 0.24P \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

وزن لایه:

$$\begin{cases} P_{gy} = P_g \cdot \cos \alpha = 18.8 \times 0.97 = 18.24 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \\ P_{gx} = P_g \cdot \sin \alpha = 18.8 \times 0.24 = 4.51 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \end{cases}$$

$$\text{UNP16}(b = 6.5\text{cm}, h = 16\text{cm}, t_f = 1.05\text{cm}, t_w = 0.75\text{cm},$$

$$G = 18.8 \text{ kg/m}, S_x = 116\text{cm}^3, Z_x = 138.3\text{cm}^3, S_y = 18.3\text{cm}^3,$$

$$Z_y = 35\text{cm}^3, J = 8.91\text{cm}^4, r_{ts} = 2.178 \text{ cm}, C_w = 5982\text{cm}^4,$$

$$x_m = 3.56\text{cm}, e_y = 1.84\text{cm})$$

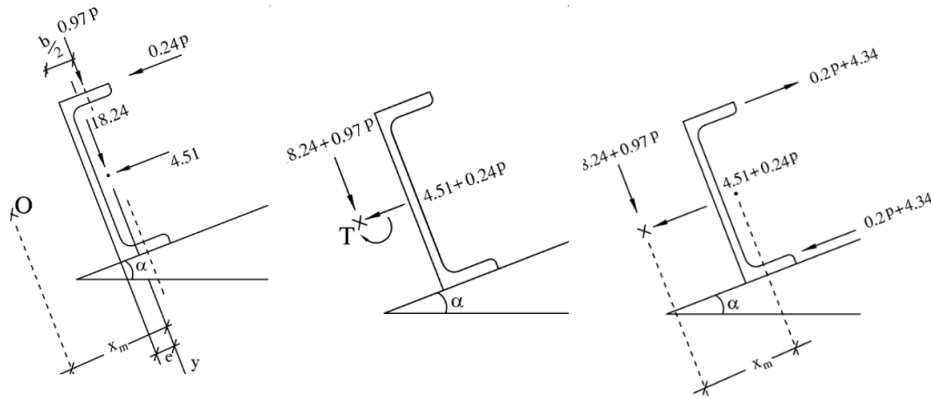
پس از تجزیه نیروها در دو راستای X و Y طبق شکل زیر آنها را به مرکز برش ناودانی منتقل کرده و لنگر پیچشی حاصل محاسبه می‌گردد:

گردد:

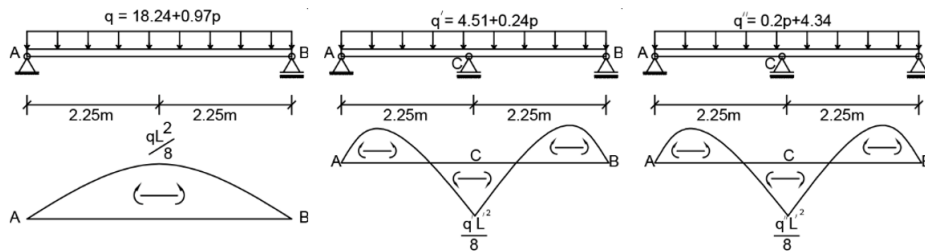
$$T = P_y \times \left(\frac{b}{2} + x_m - e_y \right) - P_x \times \left(\frac{h - t_f}{2} \right) + P_{gy} \times x_m$$

$$T = 0.97P \left(\frac{6.5}{2} + 3.56 - 1.84 \right) - 0.24P \left(\frac{16 - 1.05}{2} \right) + 18.24 \times 3.56 = 3.027P + 64.93$$

$$H = \frac{T}{h - t_f} = \frac{3.027P + 64.93}{16 - 1.05} = (0.2P + 4.34) \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$



دیگرام لنگر خمشی حول محور X ، محور Y و محور Y بال پروفیل طبق شکل زیر رسم می‌شود.



$$M_x = \frac{q \times L^2}{8} = \frac{(18.24 + 0.97P) \times 4/5^2}{8} = (46.17 + 2.455P) \text{ kg. m}$$

$$M_y = \frac{q' \times L'^2}{8} = \frac{(4.51 + 0.24P) \times 2.25^2}{8} = (2.85 + 0.15P) \text{ kg. m}$$

همان گونه که از شکل مشاهده می‌گردد، حداکثر مجموع لنگرها در نقطه C در وسط تیر AB اتفاق می‌افتد. باتوجه به آن که مقدار β در جداول بر این حالت ذکر نگردیده می‌توان آنرا در جهت اطمینان برابر یک در نظر گرفت.

$$M'_y = \beta \frac{q'' \times L'^2}{8} = 1 \times \frac{(0.2P + 4.34) \times 2.25^2}{8} = (0.126P + 2.75) \text{ kg. m}$$

مقادیر L_p و L_r باتوجه به جدول اشتال برابر ۰٫۹۶ و ۵٫۱۱۶ متر است و فاصله مهارهای جانبی باتوجه به صورت سؤال برای خمش حول محور X برابر ۲٫۲۵ متر است که بین مقادیر L_p و L_r است. مقدار C_b برای این حالت برابر با ۱٫۳ است.

$$M_{px} = Z_x \times F_y = 138.3 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \times 24000 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} = 3.3192 \text{ ton. m}$$

$$M_{nx} = C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{nx} = 1.3 \times \left[3.3192 - (3.3192 - 0.7 \times 24000 \times 116 \times 10^{-6}) \left(\frac{2.25 - 0.96}{5.116 - 0.96} \right) \right] \leq 3.3192$$

$$M_{nx} = 3.3192 \text{ ton. m}$$

$$M_{cx} = \phi M_{nx} = 0.9 \times 3.3192 = 2.99 \text{ ton. m}$$

ظرفیت خمشی برای خمش حول محور Y برای مقاطع فشرده:

$$M_{ny} = M_{py} = F_y Z_y \leq 1.6 F_y S_y$$

$$M_{ny} = 24000 \times 35 \times 10^{-6} = 0.84 \text{ ton.m} \leq 1.6 \times 24000 \times 18.3 \times 10^{-6} = 0.7 \text{ ton.m}$$

$$M_{cy} = \varphi M_{ny} = 0.9 \times 0.7 = 0.63 \text{ ton.m}$$

$$\frac{M_{ux}}{M_{cx}} + \frac{M_{uy}}{M_{cy}} + \frac{M'_y}{\frac{M'_{cy}}{2}} = \frac{46.17 \times 10^{-3} + 2.455P}{2.99} + \frac{2.85 \times 10^{-3} + 0.15P}{0.63} + \frac{2.75 \times 10^{-3} + 0.126P}{\frac{0.63}{2}} \leq 1.0$$

$$0.029 + 1.46P \leq 1$$

$$P \leq 0.665$$

$$0.312 \times e \leq 0.665$$

$$e \leq 2.13 \text{m}$$

باتوجه به محاسبات صورت گرفته حداکثر فاصله لایه‌ها ۲,۱۳ متر است.

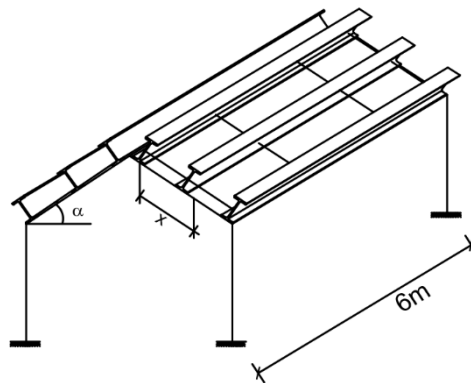
مثال ۹-۹

برای پوشش سقف یک قاب صنعتی طبق شکل ۹-۲۶ از لایه IPE16 و دو ردیف میل‌مه‌ار استفاده شده است. در صورتی

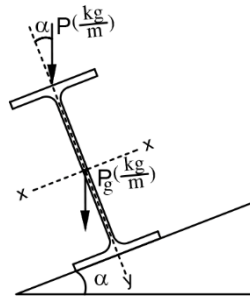
که شیب سقف ۳۰٪ و فاصله قاب‌ها ۶ متر و بار مرده سقف ۲۰ kg/m^2 (که در سطح مایل تأثیر می‌نماید) و بار برف ۲۰۰

kg/m^2 (که به تصویر افقی سطح مایل تأثیر می‌نماید) فرض شود، حداکثر فاصله مجاز بین لایه‌ها را تعیین کنید، ضریب-

بار مربوط به وزن UNP را یک در نظر بگیرید.



بارهای وارده بر لایه مطابق شکل زیر است.



حل:

در این مثال چون بار مرده در سطح مایل و بار برف در تصویر افقی سطح مایل عمل می‌کند، برای محاسبه برآیند بار جهت تعیین فاصله مجاز لایه‌ها لازم است بار برف در $\cos \alpha$ ضرب گردد.

P بار سقف که شامل بار مرده ضریب‌دار و بار برف ضریب‌دار است. P_g وزن لایه I شکل است.

$$P = 1.2 \times D + 1.6 \times S \times \cos 30^\circ = 1.2 \times 20 + 1.6 \times 180 \times 0.96 = 300 \frac{kg}{m^2} = 0.3 \frac{ton}{m^2}$$

$$\tan \alpha = 0/3 \Rightarrow \alpha = 16/7^\circ \rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0/96 \\ \sin \alpha = 0/29 \end{cases}$$

وزن سقف: ابتدا بارهای وارده در دو راستای X و Y تجزیه می‌شود:

$$P_y = P \cos \alpha = 0.96P \frac{kg}{m}$$

$$P_x = P \sin \alpha = 0.29P \frac{kg}{m}$$

وزن لایه:

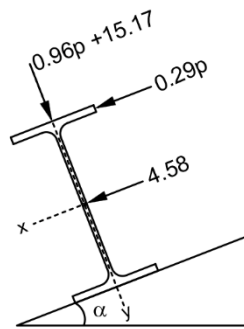
$$P_{gy} = P_g \times \cos \alpha = 15.8 \times 0.96 = 15.17 \frac{kg}{m}$$

$$P_{gx} = P_g \times \sin \alpha = 15.8 \times 0.29 = 4.58 \frac{kg}{m}$$

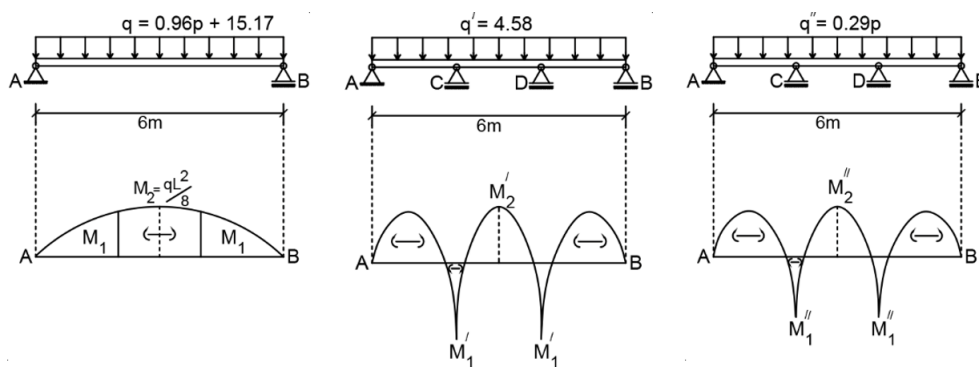
مشخصات فنی IPE16 از جدول اشتال به شرح زیر می‌باشد:

IPE 16	bf	8.2	cm	A	20.1	cm ²	I _x	869	cm ⁴	I _y	68	cm ⁴	J	2.8	cm ⁴	L _p	94	cm
	tf	0.74	cm	G	15.8	kg/m	S _x	109.0	cm ³	S _y	16.7	cm ³	r _{ts}	2.2	cm	L _r	344	cm
	d	16	cm	r	0.9	cm	r _x	6.58	cm	r _y	1.84	cm	K _c	0.74		C _w	3976	cm ⁶
	tw	0.50	cm	K	1.64	cm	Z _x	119.0	cm ³	Z _y	25.8	cm ³	r _T	2.2	cm	√EC _w /GJ	61	cm

در شکل زیر نیروهای وارد بر مقطع لایه در خمشی حول محور X و Y و محور Y بال پروفیل نشان داده شده‌است.



دیگرام لنگر خمشی طبق شکل زیر رسم می‌شود:



همان گونه که در شکل مشاهده می‌گردد در دو نقطه احتمال ماکزیمم بودن لنگر خمشی وجود دارد، اولی در یک سوم دهانه AB (یعنی نقاط C و D) و دیگری در وسط دهانه AB که هر دو بررسی می‌گردد.

$$M_1 = 3q \times 2 - 2q \times 1 = 4q = 3.84P + 60.68 \text{ kg. m}$$

$$M_2 = \frac{q \times L^2}{8} = \frac{(0.96P + 15.17) \times 6^2}{8} = 4.32P + 68.27 \text{ kg. m}$$

$$M'_1 = -0.1q'L^2 = -0.1 \times 4.58 \times 2^2 = -1.83 \text{ kg. m}$$

$$M'_2 = 0.025q'L^2 = 0.025 \times 4.58 \times 2^2 = 0.46 \text{ kg. m}$$

$$M''_1 = -0.1q''L^2 = -0.1 \times 0.29P \times 2^2 = -0.12P \text{ kg. m}$$

$$M''_2 = 0.025q''L^2 = 0.025 \times 0.29P \times 2^2 = 0.03P \text{ kg. m}$$

باتوجه به آنکه مقدار β در جداول بر این حالت ذکر نگردیده می‌توان آن را در جهت اطمینان برابر یک در نظر گرفت.

مقادیر L_r و L_p باتوجه به جدول اشتال برابر ۰٫۹۳ و ۳٫۶۸ متر است و فاصله مهارهای جانبی باتوجه به صورت سؤال برای خمش حول محور X برابر ۲ متر است که بین مقادیر L_r و L_p است. مقدار C_b برای قسمت AC و DB برابر ۱٫۳ است.

$$M_{1nx} = F_{cr} S_x \leq M_{px}$$

$$M_{px} = Z_x \times F_y = 124 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \times 24000 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} = 2.976 \text{ ton. m}$$

$$M_{1nx} = C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{1nx} = 1.3 \times \left[2.976 - (2.976 - 0.7 \times 24000 \times 109 \times 10^{-6}) \left(\frac{2-0.93}{3.68-0.93} \right) \right] \leq 2.976$$

$$M_{1nx} = 2.976 \text{ ton. m}$$

$$M_{1cx} = \varphi M_{1nx} = 0.9 \times 2.976 = 2.68 \text{ ton. m}$$

مقدار C_b برای قسمت CD در جهت اطمینان برابر یک فرض می‌شود.

$$M_{2nx} = F_{cr} S_x \leq M_{px}$$

$$M_{px} = Z_x \times F_y = 124 \times 10^{-6} \text{m}^3 \times 24000 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} = 2.976 \text{ ton.m}$$

$$M_{2nx} = C_b \left[M_{px} - (M_{px} - 0.7 F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_{px}$$

$$M_{2nx} = 1 \times \left[2.976 - (2.976 - 0.7 \times 24000 \times 109 \times 10^{-6}) \left(\frac{2-0.93}{3.68-0.93} \right) \right] \leq 2.976$$

$$M_{2nx} = 2.53 \text{ ton.m}$$

$$M_{2cx} = \phi M_{2nx} = 0.9 \times 2.53 = 2.28 \text{ ton.m}$$

ظرفیت خمشی برای خمش حول محور y برای مقاطع فشرده:

$$M_{ny} = M_{py} = F_y Z_y \leq 1.6 F_y S_y$$

$$M_{ny} = 24000 \times 26.1 \times 10^{-6} = 0.626 \text{ ton.m} \leq 1.6 \times 24000 \times 16.7 \times 10^{-6} = 0.64 \text{ ton.m}$$

$$M_{cy} = \phi M_{ny} = 0.9 \times 0.626 = 0.563 \text{ ton.m}$$

برای نقطه واقع در یک سوم تیر AB می‌توان نوشت:

$$\frac{M_{ux}}{M_{cx}} + \frac{M_{uy}}{M_{cy}} + \frac{M'_y}{\frac{M'_{cy}}{2}} = \frac{3.84P + 60.68 \times 10^{-3}}{2.68} + \frac{-1.83 \times 10^{-3}}{0.563} + \frac{-0.12P}{\frac{0.563}{2}} \leq 1.0$$

$$0.019 + P \leq 1$$

$$P \leq 0.981$$

برای نقطه واقع وسط تیر AB می‌توان نوشت:

$$\frac{M_{ux}}{M_{cx}} + \frac{M_{uy}}{M_{cy}} + \frac{M'_y}{\frac{M'_{cy}}{2}} = \frac{4.32P + 68.27 \times 10^{-3}}{2.28} + \frac{0.46 \times 10^{-3}}{0.563} + \frac{0.03P}{\frac{0.563}{2}} \leq 1.0$$

$$0.031 + 2P \leq 1$$

$$P \leq 0.485$$

$$x \leq \frac{0.485}{P} = \frac{0.485}{0.3} = 1.6 \text{ m} \Rightarrow x \leq 1.6 \text{ m}$$

باتوجه به محاسبات صورت گرفته حداکثر فاصله لایه‌ها ۲٫۱۳ متر است.

۹-۱۱ تمرین‌های فصل نهم

توجه:

- فولاد مصرفی پروفیل‌ها و ورق‌ها از نوع ST37 می‌باشد.

- در کلیه مسائل فصل، از وزن تیر صرف‌نظر گردد.

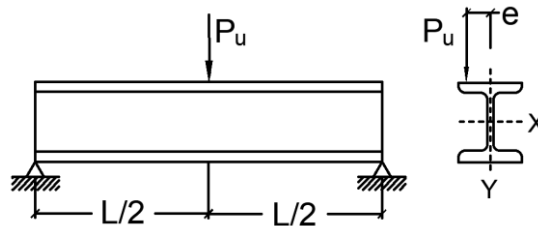
- پارامتر κ طبق مقادیر اعلام شده فرض می‌شود که در محدوده زیر قرار دارد:

$$15 \leq \kappa \leq 40$$

تمرین ۹-۱

تیری به طول L مطابق شکل مدنظر است. این تیر در محل دو تکیه‌گاه دارای مهار جانبی بال فشاری بوده و تیر از لحاظ خمش و پیچش دارای تکیه‌گاه ساده می‌باشد. بار متمرکز ضربیدار P_u با خروج از مرکزیت e در وسط دهانه اعمال شده‌است. کفایت تیر را با مقطع IPE27 کنترل نمایید. مهار جانبی در محل تکیه‌گاه‌ها و بار متمرکز تأمین شده‌است.

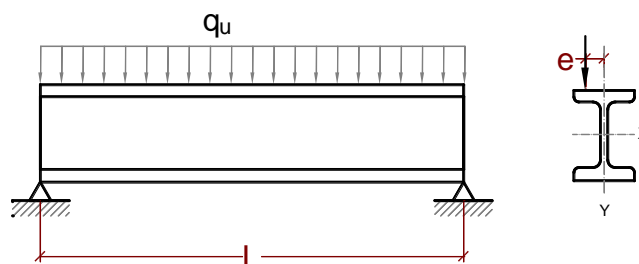
$$L = \frac{\kappa}{5} (m), P_u = \frac{\kappa}{8} (ton), e = 5cm$$



تمرین ۹-۲

تیر دو سر ساده هم از لحاظ خمش و هم از لحاظ پیچش به صورت شکل زیر به طول L تحت بار گسترده یکنواخت ضربیدار q_u با خروج از مرکزیت e قرار دارد. تیر را با نیمرخ IPB24 کنترل کنید. فقط اثر خمش و پیچش در نظر گرفته شود.

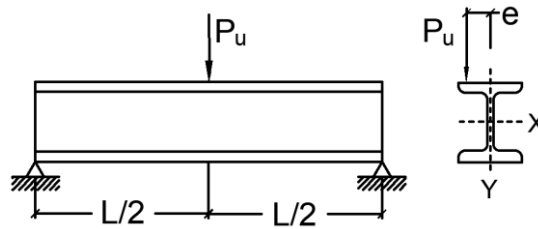
$$L = \frac{\kappa}{5} (m), q_u = \frac{\kappa}{20} \left(\frac{ton}{m} \right), e = 10cm$$



تمرین ۹-۳

تیر دو سر ساده هم از لحاظ خمش و هم از لحاظ پیچش به صورت شکل زیر به طول L تحت بار متمرکز ضریب‌دار P_u در وسط دهانه با خروج از مرکزیت e قرار دارد. مطلوب است طراحی تیر از نیمرخ IPB. (فقط اثر خمش و پیچش در نظر گرفته شود).

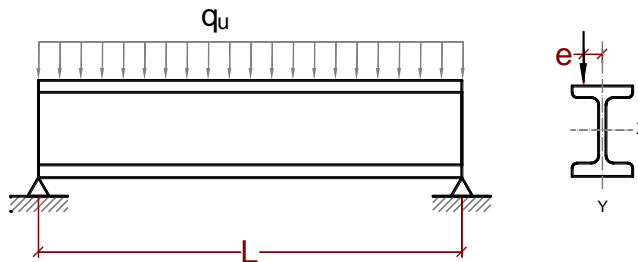
$$L = \frac{\kappa}{5} (m), P_u = \frac{\kappa}{5} (ton), e = 5cm$$



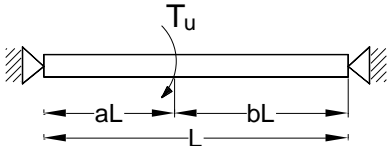
تمرین ۹-۴

مطلوب است تعیین کوچک‌ترین نیمرخ IPB تیر شکل زیر که بتواند بار گسترده به شدت q_u را با خروج از مرکزیت e تحمل کند. فقط اثر خمش و پیچش در نظر گرفته شود و تکیه‌گاه‌ها در هر دو طرف برای خمش مفصلی و برای پیچش گیردار می‌باشند.

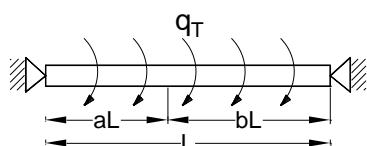
$$L = \frac{\kappa}{5} (m), q_u = \frac{\kappa}{20} \left(\frac{ton}{m} \right), e = 7cm$$



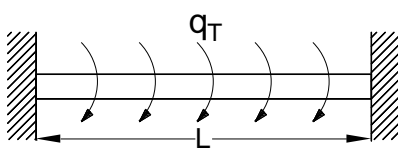
جدول ۹-۱ مقادیر β محل اعمال بار برای تیر تحت لنگر پیچشی متمرکز و تکیه گاه پیچشی ساده

		$M_{uf} = \beta \frac{T_u}{h_0} abL \quad (@x = aL)$				
λL	β					
	$a = 0.5$	$a = 0.4$	$a = 0.3$	$a = 0.2$	$a = 0.1$	
۰٫۵	۰٫۹۸	۰٫۹۸	۰٫۹۸	۰٫۹۹	۰٫۹۹	
۱٫۰	۰٫۹۲	۰٫۹۳	۰٫۹۴	۰٫۹۵	۰٫۹۷	
۲٫۰	۰٫۷۶	۰٫۷۷	۰٫۸۰	۰٫۸۴	۰٫۹۱	
۳٫۰	۰٫۶۰	۰٫۶۲	۰٫۶۵	۰٫۷۲	۰٫۸۲	
۴٫۰	۰٫۴۸	۰٫۵۰	۰٫۵۴	۰٫۶۲	۰٫۷۶	
۵٫۰	۰٫۳۹	۰٫۴۱	۰٫۴۵	۰٫۵۴	۰٫۷۰	
۶٫۰	۰٫۳۳	۰٫۳۴	۰٫۳۹	۰٫۴۷	۰٫۶۵	
۸٫۰	۰٫۲۵	۰٫۲۶	۰٫۳۰	۰٫۳۷	۰٫۵۵	
۱۰٫۰	۰٫۲۰	۰٫۲۱	۰٫۲۴	۰٫۳۱	۰٫۴۸	

جدول ۹-۲ مقادیر β محل اعمال بار برای تیر تحت لنگر پیچشی گسترده یکنواخت و تکیه گاه پیچشی ساده

		$M_{uf} = \beta \frac{q_T}{h_0} \times \frac{abL^2}{2} \quad (@x = -aL)$				
λL	β					
	$a = 0.5$	$a = 0.4$	$a = 0.3$	$a = 0.2$	$a = 0.1$	
۰٫۵	0.97	0.97	0.98	0.98	0.98	
۱٫۰	0.91	0.91	0.91	0.91	0.92	
۲٫۰	0.70	0.71	0.71	0.72	0.74	
۳٫۰	0.51	0.51	0.52	0.54	0.57	
۴٫۰	0.37	0.37	0.38	0.41	0.44	
۵٫۰	0.27	0.27	0.29	0.31	0.34	
۶٫۰	0.20	0.20	0.22	0.24	0.28	
۸٫۰	0.12	0.12	0.13	0.16	0.19	
۱۰٫۰	0.08	0.08	0.09	0.11	0.14	

جدول ۹-۳ مقادیر β تکیه‌گاه برای تیر تحت لنگر پیچشی گسترده یکنواخت و تکیه گاه پیچشی گیردار

		$M_{uf} = \beta \frac{q_T}{h_0} \times \frac{L^2}{12} \quad (@x = 0 \text{ and } x = L)$						
λL	0.5	1	2	3	4	5	6	8
β	۰٫۹۹	۰٫۹۸	۰٫۹۴	۰٫۸۸	۰٫۸۱	۰٫۷۴	۰٫۶۷	۰٫۵۶

جدول ۴-۹ مقادیر β تکیه‌گاه برای تیر تحت لنگر پیچشی متمرکز و تکیه‌گاه پیچشی گیردار

λL	$a = 0.5$	$a = 0.4$		$a = 0.3$		$a = 0.2$	
	$\beta_1 = \beta_2$	β_1	β_2	β_1	β_2	β_1	β_2
۰/۵	۰/۹۹	۱/۰۰	۰/۹۹	۱/۰۰	۰/۹۹	۱/۰۰	۰/۹۹
۱/۰	۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۹	۰/۹۸
۲/۰	۰/۹۲	۰/۹۳	۰/۹۲	۰/۹۴	۰/۹۲	۰/۹۶	۰/۹۲
۳/۰	۰/۸۵	۰/۸۶	۰/۸۴	۰/۸۸	۰/۸۴	۰/۹۱	۰/۸۵
۴/۰	۰/۷۶	۰/۷۸	۰/۷۵	۰/۸۱	۰/۷۵	۰/۸۶	۰/۷۷
۵/۰	۰/۶۸	۰/۷۰	۰/۶۷	۰/۷۴	۰/۶۷	۰/۸۰	۰/۶۹
۶/۰	۰/۶۰	۰/۶۳	۰/۵۹	۰/۶۷	۰/۶۰	۰/۷۵	۰/۶۲
۸/۰	۰/۴۸	۰/۵۱	۰/۴۷	۰/۵۶	۰/۴۹	۰/۶۵	۰/۵۲
۱۰/۰	۰/۳۹	۰/۴۲	۰/۳۹	۰/۴۷	۰/۴۱	۰/۵۶	۰/۴۴

جدول ۵-۹ مقادیر β محل اعمال بار برای تیر تحت لنگر پیچشی متمرکز و تکیه‌گاه پیچشی گیردار

λL	$a = 0.5$	$a = 0.3$	$a = 0.1$
۰/۵	۰/۹۹	۱/۰۰	۱/۰۰
۱/۰	۰/۹۸	۰/۹۹	۱/۰۱
۲/۰	۰/۹۲	۰/۹۵	۱/۰۵
۳/۰	۰/۸۵	۰/۹۱	۱/۱۰
۴/۰	۰/۷۶	۰/۸۵	۱/۱۶
۵/۰	۰/۶۸	۰/۷۹	۱/۲۱
۶/۰	۰/۶۰	۰/۷۳	۱/۲۵